??? ??????

- □□

??

[TOC]

??

??? *??????????????????????????????????????*

?? ??????

`1、华盛顿特区是美利坚合众国的首都.` ???

`2、多伦多是加拿大的首都。` ???

`3､1 + 1 = 2` ???

`4､2+2=3.` ???

???????

1???????

2??????????

3?$x+1=2$

4?$x+y=z$

??

- 句子 *1*和 *2*不是命题，因为它们不是陈述句。
- 句子 *3*和 *4*不是命题，因为它们既不是真也不是假。

???????????????3???4???????????????????1.4 ??????????????????

?????????proposition???????????????????? true????false???????????“??”?negation ??????????????????????????????????????

??????p????????¬p?????~p?????????????“??p???”????“?p”????????p?????¬p??????p?????¬p????

??????????????????????

??p????????$¬p$??p???????

??p????????$¬p$??p???????

??? ???????

?????????p?“????”???$¬p$??p???“?????”?????????????p????¬p??????????????????p????¬p???

? 1.1.2

???????“ Michael 's PC??Linux ”????????

??Michael 's PC?????Linux?Michael 's PC????Linux?

? 1.1.3

???????“Vandana??????????32gb???”???????????

??Vandana???????????32gb???

Vandana????????32gb???

Vandana????????32gb???

???

p	$¬p$
T	F
F	T

?????????proposition?????????????????p????????????truth values????True????False????????p?????negation???????????¬???“?”???????????¬p????p??????

?????

如果**p**为真（**True**），则**¬p**为假（**False**

如果**p**为假（**False**），则**¬p**为真（**True**）

??

??

- 合取（ **Conjunction**）：使用符号 ∧（读作 “与 ”）表示。如果两个命题都为真，则它们的合取为真；否则为假。

- 析取（**Disjunction**）：使用符号 **∨**（读作 **“或”**）表示。如果两个命题中至少有一个为真，则它们的析取为真；只有当两者都为假时，析取才为假。
- 蕴含（**Implication**）：使用符号 **→**（读作 **“如果...则...”**或**“蕴含”**）表示。如果第一个命题为真且第二个命题为假，则第一个命题对第二个命题的蕴含为假；在其他情况下，蕴含为真。
- 双条件（**Biconditional**）：使用符号 **↔**（读作 **“当且仅当”**）表示。两个命题的双条件为真，当且仅当这两个命题的真值相同（即都为真或都为假）。

p	q	$p \land q$	$p \lor q$	$p \oplus q$	$p \to q$
T	F	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T
T	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	T

? 1.1.4 ????“Vandana?????????32gb???”???“ Vandana 's PC?? Linux ”????

??$p \land q$: Vandana?????????32gb???? Vandana ? PC??Linux ?

? 1.1.5 ???“??????????????????????????????”??????????????

????p??“??????????????????”?

??q??“??????????????????????????”?

??$p \lor q$

?? 4 ? ?p?q????p?q??????$p \oplus q$??p XOR q???????????p?q ??????????????????????

? 1.1.5 ?p?q?????“???????????”?“???????????”???$p \oplus q$??p?q????exclusive or???????

? $p \oplus q$??

??p?q??????????????????

? 1.1.6 ???????“??????????????????????”????p?“??????????????”???q?“??????????????????”

我们首先注意到这句话中的or必须是一个排他性的or，因为这个学生可以用他或她所有的积蓄去欧洲旅行，或者用所有的积蓄买一辆电动汽车，但不能既去欧洲又买一辆电动汽车。（这很明显，因为两种选择都需要他所有的积蓄。）因此，这个命题可以表示为 **$p \oplus q$**?

1.1.3????

??????????????????????

> “??5 ??p?q??,???? $p \to q$???“??p??q”??p???q????????$p \to q$?????????????$p \to q$??p??????????????q??????????

?????p ? q??????????p ? q??????p????q??????????????????????p?q???????p??????q?????????p ? q???

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

????

???????

在逻辑学中， 充要条件 （ sufficient and necessary condition）是指两个命题 P 和 Q 之间的一种特殊关系，满足以下两个条件：

1. 充分性 ：如果 P 为真，则 Q 也必定为真。用逻辑符号表示即： $$ P \rightarrow Q $$ 这意味着 P 是 Q 的充分条件。

2. 必要性：如果 Q 为真，则 P 也必定为真。用逻辑符号表示即：$$ Q \rightarrow P $$ 这意味着 P 是 Q 的必要条件。

当且仅当这两个条件同时满足时，我们称 P 是 Q 的充要条件，或者 Q 是 P 的充要条件。用逻辑符号表示这一等价关系为：$$ P \leftrightarrow Q $$

换句话说，充要条件是指两个命题在逻辑上相互蕴含，即一个命题的真值完全决定了另一个命题的真值。

在逻辑学中，"充要条件"描述了两个命题之间的等价关系。

1. 充分条件：如果命题 P 是命题 Q 的充分条件，那么当 P 为真时，Q 必定为真。用逻辑符号表示即：$$ [P \rightarrow Q]$$
2. 必要条件：如果命题 P 是命题 Q 的必要条件，那么当 Q 为真时，P 必定为真。用逻辑符号表示即：$$[Q \rightarrow P \quad \text{(或者等价地表示为} \neg P \rightarrow \neg Q \text{)}]$$
3. 充要条件：如果命题 P 是命题 Q 的充要条件，那么 P 既是 Q 的充分条件也是必要条件。即当 P 为真时，Q 必定为真；当 Q 为真时，P 也必定为真。用逻辑符号表示即：$$ P \leftrightarrow Q $$

????

- 充分条件实例：如果一个人是大学生（P），那么他一定接受过高等教育（Q）。这里，“是大学生”是“接受过高等教育”的充分条件。$$ \text{大学生} \rightarrow \text{接受过高等教育} $$
- 必要条件实例：如果一个人想成为医生（Q），那么他必须接受医学教育（P）。这里，“接受医学教育”是“成为医生”的必要条件。$$ \text{成为医生} \rightarrow \text{接受医学教育} \quad \text{(或者} \neg \text{接受医学教育} \rightarrow \neg \text{成为医生)} $$
- 充要条件实例：当且仅当一个数（P）是正整数（Q）时，它才能被正整数整除且余数为零（注意：这里的表述有局限性，更严谨的表述应限定在非零自然数范围内）。$$ \text{是正整数} \leftrightarrow \text{能被正整数整除且余数为零} $$

??????????????????????????????p?q ??????????????????????????

- 如果 **p**，则 **q**：
  $p \rightarrow q $（p 蕴含 q）
- **p** 当且仅当 **q**：
  $ p \leftrightarrow q $
  （p 等价于 q，或 p 仅在 q 时成立，q 也仅在 p 时成立）
- **p** 是 **q** 的充分条件：
  $ p \rightarrow q $（也可以表述为“q 的一个充分条件是 p”）
- **q** 每当 **p**：
  $ p \rightarrow q $
  （如果 p 成立，则 q 一定成立，即 p 蕴含 q）
- **q** 在 **p** 时：
  $ p \rightarrow q $

（这同样可以解释为 p 蕴含 q，即当 p 成立时，q 成立）

- **q** 是 **p** 的必要条件：
  $ \neg q \rightarrow \neg p $
  （或者等价地，$ p \rightarrow q $，但这里强调的是从 q 的必要性角度来看）
  - 注意：直接表述为“q 是 p 的必要条件”在离散数学中通常不直接对应一个单一的逻辑表达式，因为“必要条件”意味着如果没有 q，则一定没有 p。但逻辑上更常用的是其逆否命题的形式，即如果非 p，则非 q（$ \neg p \rightarrow \neg q $），或者等价地表述为 p 蕴含 q。
- **p** 的一个必要条件是 **q**：
  $ \neg q \rightarrow \neg p $
  （或者理解为，如果 q 不成立，则 p 一定不成立）
- **q** 除非非 **p**：
  $ p \vee q $
  （即 p 或 q 至少有一个成立，或者说，除非 p 不成立（¬p），否则 q 一定成立）
- **q** 在 **p** 的条件下：
  $ p \rightarrow q $
  （这同样解释为 p 蕴含 q）
- **q** 提供 **p**（这个表述不太标准，但如果理解为“q 是 p 成立的一个情况”或“在 q 的情况下 p 成立”，可以近似为）：
  $ q \rightarrow p $
  （即如果 q 成立，则 p 一定成立）

??

“如果我当选，我会降低税收。”

??

??????????????????????????????????????p?q?p???q??????

??????????????????

“如果你期末考100%，那你就得a。”

???????????100%?????????A????????100%???????A????????A??????????????????100%?????????A?????????

???????p??q????????????????????????????????“ p only if q ”?“ if p, then q ”????????????“ p only if q ”????q????p????????????p????q??????????p????q??????????????????q????

??????????

“只有期末成绩达到90%以上，这门课才能得A。”

?????????????A??????????????????90%????????A
?????????????90%?????????????“q only if p”???p?q
?????????????“only”???????????

?p?q?????????p?q???????????“q?p?????”???“??p??q”????“q?p
?????”?????q?????p??????????q????p??????????p?????q
??????????“p?q????”???“??p???q”???“p?q????”?????p?????q
????????p????q????

q ?? ¬p ???除非p为假（即非p为真）

???“ q??$\neg p$”（除非p为假） ????????“??p??q ”?????????????“ q??¬p ”?????¬p????q???????????p???q??????“ q??$\neg p$ ”????????????,“ q??$\neg p$ ”?p?q?????????

? 1.1.7 设p代表“Maria学习离散数学”，q代表“Maria会找到一份好工作”。用英语表达语句p→q。

? $p \to q$?? ??p ? q? ??????“??Maria?????????????????”

???“??...??...”?????????????“??”?????????p??“??”?????????q
??????p ? q??????p????q?????????????????????q????p
??????????????????????

????????????????????????????

“??????????????????”

“??????????????????????”,

“??????????????????????”

“??Maria??????????????????”

???????????

??????????????????? $p \to q$,???????????????????

“例1.1.7所述条件命题

日常陈述"若天晴，则我们去海滩"。”

??

??????

- 当且仅当 "Maria修习离散数学但未获理想职位 "时，第一个蕴含式为假
- 当且仅当 "实际天晴但我们未去海滩 "时，第二个陈述为假

????

??????????????

?????????$p \to q$????????

- **p**与 **q**的因果关系
- 命题间的现实相关性
- 非逻辑语境要素

???????

“如果Juan有智能手机，那么2 + 3 = 5”

??????????????????????????????????????

???? “如果胡安有智能手机，那么2 + 3 = 6” ????, ??Juan??????????2 + 3 = 6
??
??
??
??????????????????

??????????if-then????????????????????????????if p then S
????????p??????S??
S??????????????????????????????????p?????S????p
??????S??

?1.1.8 ???2 + 2 = 4???x:= x + 1??????x????????x = 0?????????

? 2+2=4 ?true??? x:= x + 1 = 0 + 1 = 1

???????????? p?q ?? q? p ??? p?q ?????p?q ?????? ¬q?¬p??? ¬p?¬q ??? p?q ????????????????? p?q ?????????????????? p?q ????????

?? ?? ?1.3 ??

? 1.1.8 ??????“??????????”??????????????

?????????????“??P??Q”?????????“??Q??P”?

- □□□□□□□□□□□□□

????????????“??P??Q”??????????“???Q???P”?

- □□□□□□□□□□□□

???????????“??P??Q”?????????“??P???Q” ??????????????????????????“????P??Q?”?????“P??Q”?

- □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□

> “ ??6??p?q?????????$p \leftrightarrow q$???“ p????q ”??p?q???????$p \leftrightarrow q$?????????????????????????

??

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F

p	q	$p \leftrightarrow q $
F	F	T

?6???p?q?????????????p?q?q?p???????p?q
??????????????????“????”
??p?q????

- “p是 q的充要条件 ”。
- “如果 p则 q，反之亦然 ”。这里的 “反之亦然 ”表示 “如果 q则 p”也成立，即 p和 q之间存在双向蕴含关系。
- “p当且仅当 q”。这里的 “iff”是 “if and only if”的缩写，表示 p和 q之间的等价关系。
- “p恰好在 q时成立 ”。这个表述强调了 p和 q在相同条件下同时成立的关系，即 p和 q具有相同的真值。虽然这个翻译在离散数学的严格术语中不如前几个常见，但它传达了 p和 q之间紧密关联的概念。在更正式的场合，可能会更倾向于使用 “p当且仅当 q”这样的表述。
- 双条件语句 p↔q的方法使用表示 “当且仅当 ”的缩写 “ iff ”。注意 p↔q与（ p→q） ∧（ q→p ）有完全相同的真值。

? 1.1.9 ?p??“?????????”??q??“????”??p?q???

????????????????????? ???????????????

???????????p?q
??
??????p?q
??
????????????????????????????????????

??????????????????biconditionals?????????????????????“
????”?if and only if?????????????????????“?????”?if, then
??“??”?only if????????“????”
??

- “如果你吃完饭，你就可以吃甜点了。”

????????“??????????????”?????????????????“
??????????????”?“????????????”
??
????????? p ? q ????? p ? q?

$ \S $ 1.1.4 ??????

???????????????????????——
??
??????????????????????????????14
??
?????????????????????

??????????$?p \lor \neg q?\to?p \land q?$